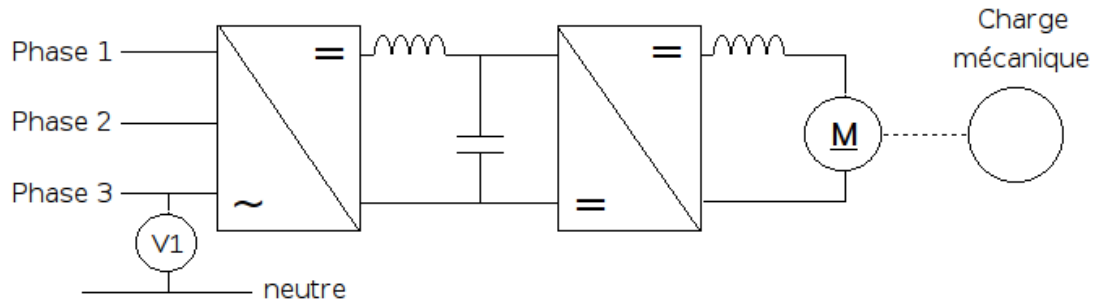


## Corrigé du devoir n° 11

Il est fortement conseillé de lire l'ensemble de l'énoncé avant de commencer.

Ce sujet porte sur une chaîne de motorisation comportant un variateur de vitesse pilotant une machine à courant continu qui entraîne une charge mécanique. Le dispositif est représenté sur le schéma ci-dessous.



Le convertisseur de gauche est un redresseur, celui de droite un hacheur quatre quadrants.

Les trois parties sont indépendantes.

### Partie 1 (11 points)

La machine à courant continu présente les caractéristiques suivantes :

Tension et intensité nominales pour l'induit : 220 V et 5,7 A

Tension et intensité nominales pour l'inducteur : 160 V et 0,25 A

Vitesse nominale : 1200 tr/min

Un essai rotor bloqué sous tension réduite a permis de mesurer une intensité dans l'induit égale à 5,7 A et une tension aux bornes de l'induit égale à 14 V.

L'intensité d'induit mesurée lors d'un essai à vide en fonctionnement moteur sous tension nominale est égale à 0,6 A.

La caractéristique à vide tracée pour la vitesse nominale est tracée à la page suivante.

#### 1. Modélisation de l'induit

- a. Déterminer les valeurs de la constante fém (en V/(tr/min)) puis de la constante de couple (en N.m/A) pour le courant inducteur nominal.

Pour 0,25 A, on lit une fém égale à 192 V sur la caractéristique à vide ce qui donne

$$K_e \phi = \frac{192}{1200} = 0,160 \text{ V}/(\text{tr}/\text{min}) \quad \text{et} \quad K \phi = \frac{30}{\pi} 0,160 = 1,53 \text{ N.m}/\text{A}$$

- b. Déterminer le couple de pertes.

Le couple de pertes est donné par la relation  $C_p = K \phi I_0 = 1,53 \times 0,6 = 0,92 \text{ N.m}$

- c. Déterminer la résistance de l'induit de la machine.

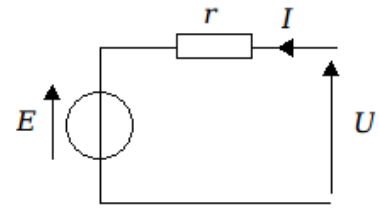
Elle est obtenue à partir de l'essai rotor bloqué :  $r = \frac{U}{I} = \frac{14}{5,7} = 2,46 \text{ } \Omega$

Pour la suite, on prendra 1,53 N.m/A pour la constante de couple ; 2,5  $\Omega$  pour la résistance de l'induit et un couple de pertes nul.

2. Évolution du couple électromagnétique en fonction de la vitesse

Le schéma équivalent de l'induit de la machine est représenté ci-contre.

On rappelle que la fém est proportionnelle à la vitesse de rotation et que le couple électromagnétique est proportionnel à l'intensité du courant dans l'induit.



a. Établir la relation entre  $U$ ,  $E$ ,  $r$  et  $I$ .

L'application de la loi des mailles donne  $U = E + rI$

b. Rappeler la relation entre  $E$  et la vitesse de rotation  $n$  exprimée en tours/min.

D'après le résultat de la question 1.a, on a  $E = 0,160n$

c. Dédurre des deux questions précédentes la relation entre  $U$ ,  $r$ ,  $I$ ,  $n$  et la constante de fém.

On remplace  $E$  par l'expression de la question 2.b dans l'équation de la question 2.a ce qui donne  $U = 0,160n + rI$

d. Rappeler la relation entre le couple électromagnétique  $C_{em}$  et l'intensité dans l'induit.

D'après le résultat de la question 1.a, on a  $C_{em} = 1,53I$

e. Dans l'équation trouvée à la question 2.c, remplacer le courant dans l'induit par son expression en fonction de  $C_{em}$  pour établir la relation entre  $U$ ,  $r$ ,  $n$  et  $C_{em}$ .

On a établi précédemment  $U = 0,160n + rI$  et  $C_{em} = 1,53I$  soit  $I = \frac{C_{em}}{1,53}$  ce qui donne

$$U = 0,160n + r \frac{C_{em}}{1,53}$$

La relation trouvée à la question 2.e peut se mettre sous la forme  $C_{em} = B \cdot U - A \cdot n$  avec  $A$  et  $B$  des constantes.

f. Écrire les constantes  $B$  et  $A$  en fonction des caractéristiques de la machine.

Pour la suite, on prendra  $C_{em} = 0,612 \cdot U - 98 \cdot 10^{-3} \cdot n$  avec  $U$  en V et  $n$  en tr/min.

On reprend la relation  $U = 0,160n + r \frac{C_{em}}{1,53}$  qui devient  $C_{em} = \frac{1,53U - 1,53 \times 0,160n}{r}$  ou

$C_{em} = \frac{1,53}{r}U - \frac{1,53 \times 0,160}{r}n$ . En identifiant avec l'expression proposée dans l'énoncé, on trouve

$$A = \frac{1,53}{r} \text{ et } B = \frac{1,53 \times 0,160}{r}$$

g. Sur le document réponse, tracer la caractéristique  $C_{em} = f(n)$  pour  $U = 200$  V.

La caractéristique est une droite d'équation  $C_{em} = 0,612 \times 200 - 98 \cdot 10^{-3} \cdot n = 122,4 - 98 \cdot 10^{-3} \cdot n$

Pour  $C_{em} = 0$  N.m, on a une vitesse égale telle que  $0 = 122,4 - 98 \cdot 10^{-3} \cdot n$  soit

$$n = \frac{122,4}{98 \cdot 10^{-3}} = 1249 \text{ tr/min}$$

Pour  $C_{em} = 8$  N.m, on a une vitesse égale telle que  $8 = 122,4 - 98 \cdot 10^{-3} \cdot n$  soit

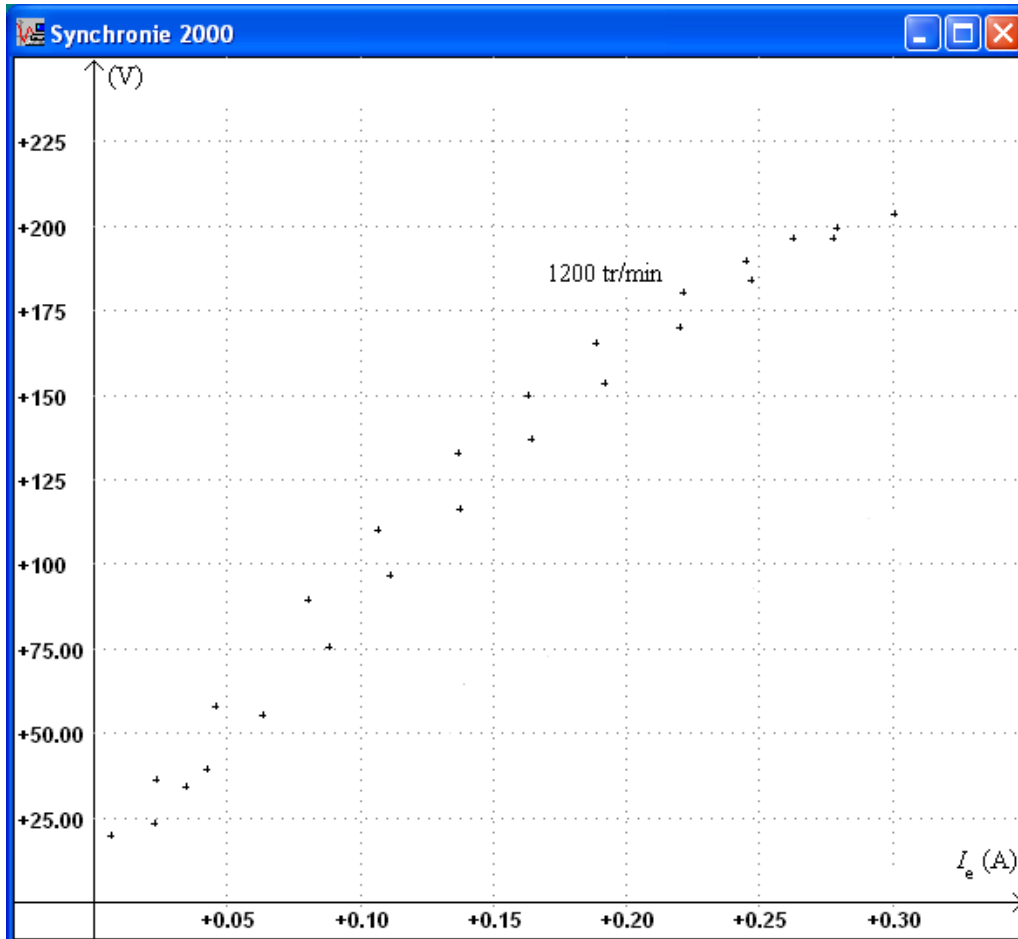
$$n = \frac{122,4 - 8}{98 \cdot 10^{-3}} = 1167 \text{ tr/min}$$

- h. Déterminer par le calcul ou graphiquement la vitesse de rotation pour un couple électromagnétique égal à 5 N.m.

Cette vitesse se lit sur l'abscisse du point d'intersection de la droite tracée à la question précédente et de la droite horizontale d'ordonnée 5 N.m soit environ 1198 tr/min.

Pour le calcul, il faut résoudre l'équation  $5 = 122,4 - 98 \cdot 10^{-3} \cdot n$

### Caractéristique à vide de la machine



### 3. Bilan énergétique et rendement

- a. Utiliser l'un des essais pour déterminer les pertes à vide.

Elles sont obtenues à partir de l'essai à vide : la tension est égale à 220 V et l'intensité égale à 0,6 A ce qui donne des pertes à vide  $P_0 = 220 \times 0,6 = 132 \text{ W}$

Les valeurs suivantes ont été relevées pour un point de fonctionnement en moteur :

Induit : 190 V et 5,1 A

Inducteur : 160 V et 0,25 A

- b. Déterminer les pertes par effet Joule dans l'induit et celles dans l'inducteur.

Pertes par effet Joule dans l'induit :  $P_{ji} = r \cdot I^2 = 2,5 \times 5,1^2 = 65 \text{ W}$

Pertes par effet Joule dans l'inducteur :  $P_{je} = U_e \cdot I_e = 160 \times 0,25 = 40 \text{ W}$

- c. Utiliser les résultats précédents pour déterminer les puissances absorbée et utile puis le rendement.

Pour le calcul de la puissance absorbée, il faut additionner les puissances pour l'induit et l'inducteur soit

$$P_a = U \cdot I + U_e \cdot I_e = 190 \times 5,1 + 160 \times 0,25 = 1009 \text{ W}$$

Pour le calcul de la puissance utile, on utilise le résultat précédent auquel on retranche les pertes soit

$$P_u = P_a - P_{ji} - P_{je} - P_0 = 1009 - 65 - 40 - 132 = 772 \text{ W}$$

Pour le rendement  $\eta = \frac{P_u}{P_a} \frac{772}{1009} = 76,5 \%$

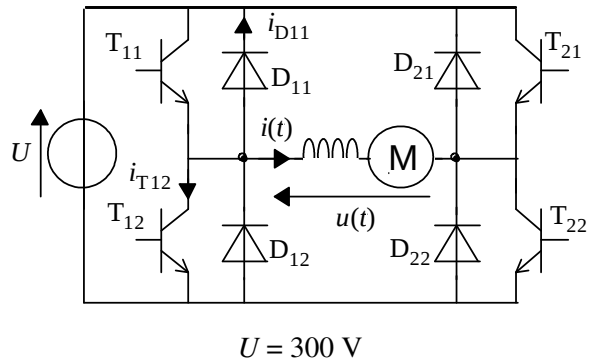
**Partie 2 (5 points)**

Le schéma du hacheur étudié dans cette partie est représenté ci-contre :

-  $T_{11}$  et  $T_{22}$  sont commandés à la fermeture de 0 à  $\alpha T$  et à l'ouverture de  $\alpha T$  à  $T$  ;

-  $T_{12}$  et  $T_{21}$  sont commandés à la fermeture de  $\alpha T$  à  $T$  et à l'ouverture de 0 à  $\alpha T$ .

La fréquence de fonctionnement du hacheur est égale à 1250 Hz. Pour les calculs qui suivent, l'induit de la machine est remplacé par sa fém  $E$  (la résistance de l'induit est supposée nulle.)



1. Étude de la tension de sortie

a. Représenter la tension  $u(t)$  en fonction du temps pour  $\alpha = 0,25$  sur le document réponse.

La période  $T = \frac{1}{1250} = 0,8 \text{ ms}$

Entre 0 et  $0,25 \times 0,8 = 0,2 \text{ ms}$  :  $u(t) = 300 \text{ V}$  et entre 0,2 ms et 0,8 ms :  $u(t) = -300 \text{ V}$

Voir le document réponse

b. Exprimer la valeur moyenne de  $u(t)$  en fonction de  $U$  et  $\alpha$ .

La valeur moyenne est donnée par  $U_{\text{moy}} = \frac{1}{T} [U \cdot \alpha T - U (T - \alpha T)] = U(2\alpha - 1)$

c. Indiquer les intervalles de conduction de  $T_{11}$ ,  $D_{11}$ ,  $D_{21}$  et  $T_{21}$  sur le document réponse.

$T_{11}$  ou  $D_{11}$  peuvent être passants entre 0 et  $\alpha T$  : si le courant dans la charge est positif, c'est  $T_{11}$ , s'il est négatif, c'est  $D_{11}$ .

$T_{21}$  ou  $D_{21}$  peuvent être passants entre 0 et  $\alpha T$  : si le courant dans la charge est négatif, c'est  $T_{21}$ , s'il est positif, c'est  $D_{21}$ .

Voir le document réponse

2. Ondulation du courant

a. Établir la relation entre  $u(t)$ ,  $E$ ,  $L$  et  $\frac{di(t)}{dt}$

On utilise la loi des mailles et la loi d'Ohm pour l'inductance ce qui donne  $U = E + L \frac{di(t)}{dt}$

b. Après quelques calculs, un étudiant a établi que l'expression du courant entre  $\alpha T$  et  $T$  est

$i(t) = \frac{-U - E}{L} t + C_2$ . Aidez-le à déterminer la constante  $C_2$  sachant que la valeur maximale du courant est notée  $I_{\text{max}}$ .

Le courant est maximal pour  $\alpha T$  ce qui donne  $I_{\max} = \frac{-U-E}{L}\alpha T + C_2$  soit  $C_2 = I_{\max} + \frac{U+E}{L}\alpha T$

c. L'expression du courant entre 0 et  $\alpha T$  est  $i(t) = \frac{U-E}{L}t + I_{\min}$ . Sachant que le courant est maximal pour  $\alpha T$  montrer que l'ondulation du courant  $\Delta i = I_{\max} - I_{\min}$  peut s'écrire  $\Delta i = \frac{2U}{Lf}\alpha(1-\alpha)$ . Pour ce calcul, on admettra que la fém est égale à la valeur moyenne de la tension de sortie du hacheur.

Pour  $\alpha T$ , la relation devient  $I_{\max} = \frac{U-E}{L}t + I_{\min}$  soit  $\Delta i = \frac{U-E}{L}\alpha T$

En remplaçant  $E$  par  $U(2\alpha-1)$ , on obtient  $\Delta i = \frac{U-U(2\alpha-1)}{L}\alpha T = \frac{2U}{L}\alpha(1-\alpha)T$  et puisque  $T = \frac{1}{f}$  alors  $\Delta i = \frac{2U}{Lf}\alpha(1-\alpha)$

d. Calculer l'inductance  $L$  pour que l'ondulation maximale soit égale à 0,5 A.

L'ondulation est maximale pour un rapport cyclique égal à 0,5 d'où  $\Delta i_{\max} = \frac{2U}{Lf}0,5(1-0,5) = \frac{U}{2Lf}$   
d'où l'on tire  $L = \frac{U}{2\Delta i_{\max}f} = \frac{300}{2 \times 0,5 \times 1250} = 0,24 \text{ H}$

### Partie 3 (4 points)

La valeur moyenne  $U_{\text{cmoy}}$  de la tension de sortie du redresseur est reliée à la valeur efficace  $U_1$  des tensions composées en entrée du redresseur par la relation  $U_{\text{cmoy}} = \frac{3U_1\sqrt{2}}{\pi}$ .

1. Calculer la valeur efficace des tensions composées en entrée du redresseur si sa tension de sortie doit avoir une valeur moyenne égale à 300 V.

On transforme la relation donnée :  $U = \frac{\pi U_{\text{cmoy}}}{3\sqrt{2}}$  ce qui donne  $U = \frac{\pi \times 300}{3\sqrt{2}} = 222 \text{ V}$

2. Quelle est l'indication du voltmètre V1 (voir le schéma de la page 1) ?

Ce voltmètre indique la valeur efficace d'une tension simple soit  $\frac{222}{\sqrt{3}} = 128 \text{ V}$

3. Facteur de puissance et rendement du redresseur

Le réseau en entrée du redresseur a une fréquence égale à 50 Hz ; les tensions simples et composées sont sinusoïdales mais pas les intensités. La valeur efficace des tensions simples est égale à 130 V.

Des mesures ont permis de déterminer :

- Que le déphasage entre la tension simple et le fondamental du courant pour une même phase est nul.
- Que les puissances en entrée et en sortie du redresseur sont respectivement égales à 1100 W et 1020 W.
- Que la valeur efficace du courant mesurée dans un fil de ligne est de 2,96 A.

Pour un dispositif triphasé en régime non sinusoïdal, les puissances active et réactive, notées respectivement  $P$  et  $Q$ , sont données par :

$P = \sum_{n=1}^{n=\infty} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_n$  et  $Q = \sum_{n=1}^{n=\infty} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \sin \varphi_n$  avec  $U_n$  et  $I_n$  les valeurs efficaces des harmoniques de rang  $n$  des tensions composées et des intensités en ligne et  $\varphi_n$  le déphasage entre les harmoniques de rang  $n$  de la tension simple et de l'intensité pour une phase du dispositif.

a. Existe-t-il des harmoniques autre que le fondamental pour les tensions en entrée du redresseur ?

Les tensions étant sinusoïdales, il n'y a qu'un seul harmonique qui est le fondamental.

b. Utiliser un résultat des mesures et la réponse à la question précédente pour simplifier la relation donnant la puissance active.

La relation  $P = \sum_{n=1}^{n=\infty} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_n$  devient  $P = \sqrt{3} U \cdot I_1$  avec  $U = 225$  V et  $I_1$  la valeur efficace du fondamental des courants en ligne.

c. Calculer la valeur efficace du fondamental des courants en entrée du redresseur.

On utilise  $P = \sqrt{3} U \cdot I_1$  qui devient  $I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} U} = \frac{1100}{\sqrt{3} \times 225} = 2,82$  A

d. Calculer la puissance apparente en entrée du redresseur.

On utilise  $S = \sqrt{3} U \cdot I$  avec  $I = 2,96$  A soit  $S = \sqrt{3} \times 225 \times 2,96 = 1153$  VA

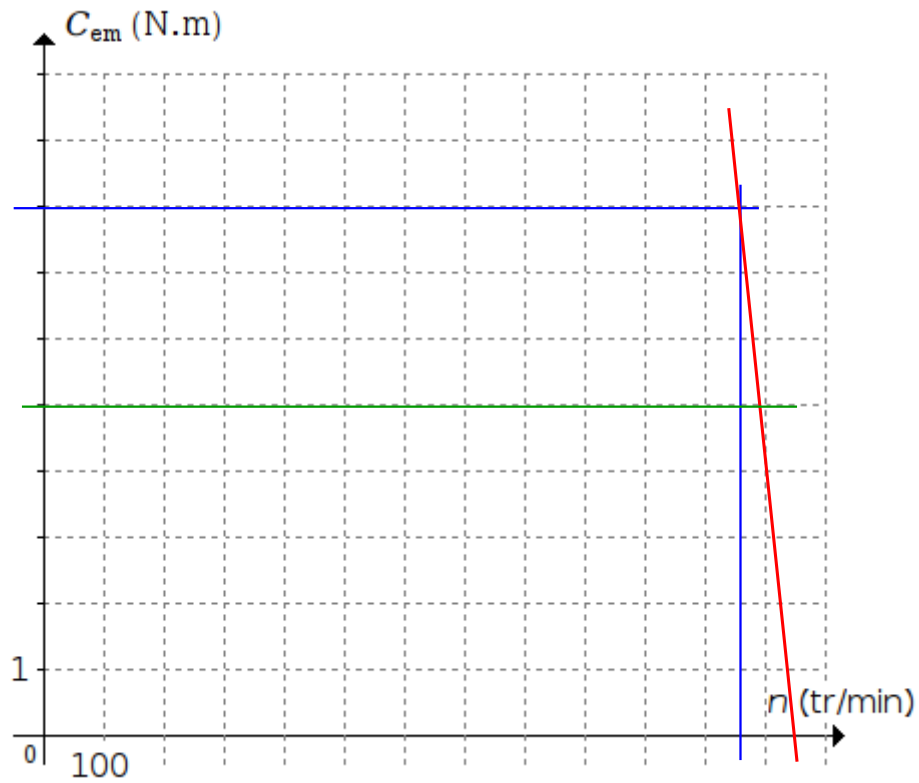
e. Calculer le rendement du redresseur.

On utilise  $\eta = \frac{P_u}{P_a}$  avec  $P_u = 1020$  W et  $P_a = 1100$  W ce qui donne  $\eta = \frac{1020}{1100} = 92,7$  %

f. Calculer le facteur de puissance du redresseur.

On utilise  $k = \frac{P_a}{S}$  avec  $P_a = 1100$  W et  $S = 1153$  VA ce qui donne  $\eta = \frac{1100}{1153} = 0,954$

Document réponse pour les questions 2.g et 2.h de la partie 1

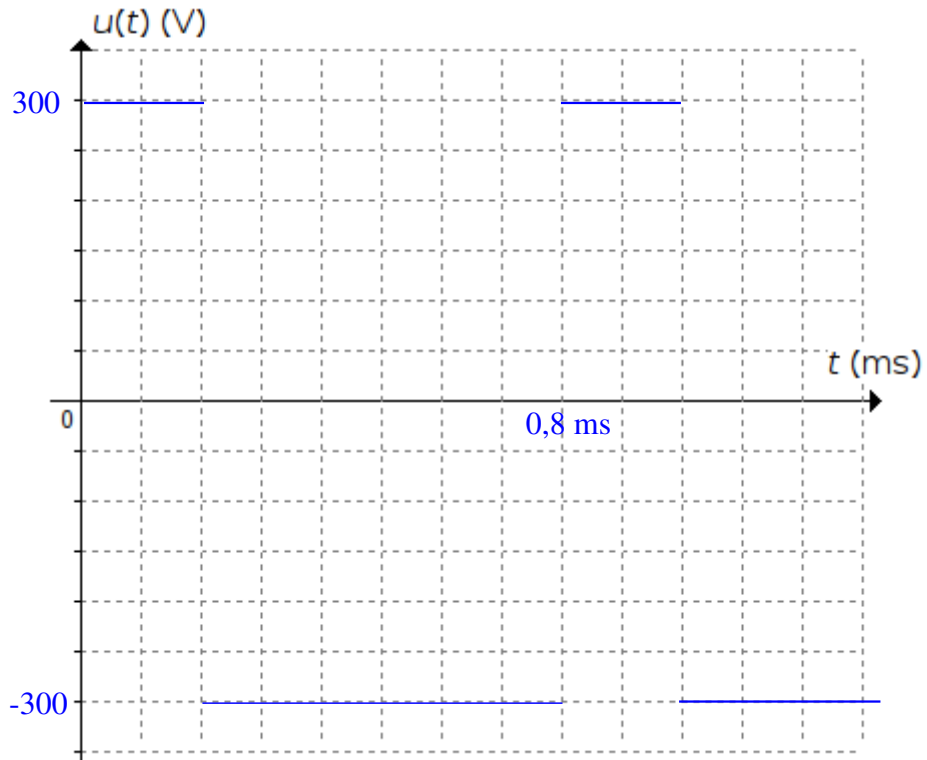


En rouge : la caractéristique de la machine pour 200 V (les traits bleus correspondent au placement du point 1167 tr/min ; 8 N.m).

En vert : le couple égal à 5 N.m.

Le point d'intersection entre les droites verte et rouge correspond au point de fonctionnement déterminé à la question 2.g.

Document réponse pour la question 1.a de la partie 2



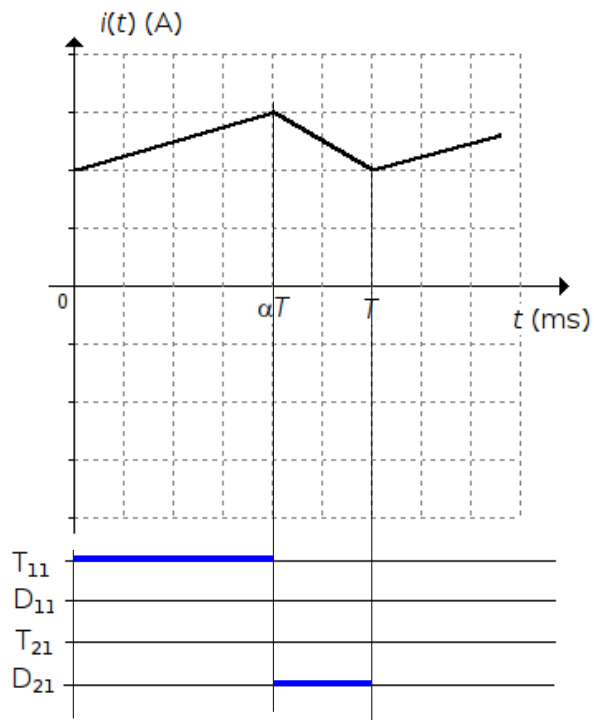
Une graduation horizontale pour 0,1 ms et une graduation verticale pour 300 V.

Il est plus judicieux de prendre 50 V par division.



# Documents réponses pour la question 1.c de la partie 2

Première situation



Deuxième situation

