Devoir n°2

Il est fortement conseillé de lire l'ensemble des énoncés avant de commencer.

Exercice 1 (5 points)

On considère un réservoir ouvert contenant de l'eau dont la température est initialement égale à 10°C. On souhaite chauffer cette eau à 80°C à l'aide de résistances chauffantes.

Le réservoir est en acier, sa masse est égale à 150 kg, il a une longueur et une largeur égales à 1 m, sa hauteur est égale à 0,7 m. Toutes les parois sont isolées par un isolant (1 K/(m^{2}W)) sauf le dessus pour lequel on prendra 0,01 K/(m^{2}W). La capacité calorifique massique de l'acier est égale à 500 J/(kg.K).

La capacité calorifique de l'eau est égale à 4186 J/(kg.K) et sa masse volumique est égale à 1000 kg/m^3.

Rappels :

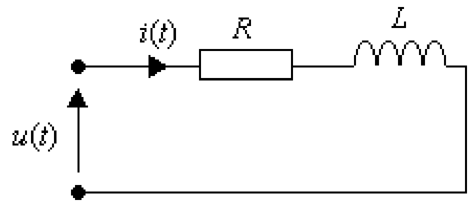
L'énergie ΔQ nécessaire pour élever d'une température $\Delta\theta$ une masse m d'un corps de capacité calorifique c est donnée par $\Delta Q = m c \Delta\theta$.

La puissance P échangée entre les deux côtés d'une paroi de résistance thermique R_{th} est reliée à la différence de température $\Delta\theta$ par $\Delta\theta = R_{th} P$.

1. Énergie pour l'eau et l'acier du réservoir
   a. Calculer l'énergie nécessaire pour augmenter la température de l'eau contenue dans le réservoir.
   b. Calculer l'énergie nécessaire pour augmenter la température de l'acier constituant le réservoir.
   c. Déduire de ce qui précède la puissance nécessaire pour chauffer l'ensemble en une heure.
2. Pertes
   a. Calculer la résistance thermique des parois isolées.
   b. En déduire la puissance correspondant aux pertes par ces parois lorsque l'eau est à 80°C.
   c. Calculer la résistance thermique de la surface de l'eau (non isolée).
   d. En déduire la puissance correspondant aux pertes par cette surface lorsque l'eau est à 80°C.
   e. Déduire de ce qui précède la résistance équivalente. Le résultat était-il prévisible ?

Exercice 2 (6,25 points)

On considère le circuit RL représenté ci-dessous (R = 2 Ω et L = 80 mH) :



1. Établir l'équation différentielle reliant $i(t)$, la dérivée de $i(t)$, R, L et la tension $u(t)$.
2. Déduire de l'équation précédente la constante de temps du circuit.

Pour la suite, on prend τ = 40 ms, l'équation différentielle devient alors $i(t)+\tau \dfrac{d\,i(t)}{dt} = 0{,}1\,u(t)$

3. Réponse à un échelon

Si $u(t)$ est un échelon ($u(t)$ = 0 si $t<0$ et $u(t)$ = 150 V si $t \geq 0$) alors la solution de cette équation est de la forme $i(t) = A\,e^{-\frac{t}{\tau}} + B$ avec A et B des constantes. Le courant $i(t)$ est nul à l'instant initial (t = 0).

a. Représenter la tension $u(t)$. Déterminer la valeur du courant $i(t)$ en régime permanent.

b. Déterminer la constante B.

c. Déterminer la constante A.

4. Réponse à une sinusoïde

La tension $u(t)$ est une sinusoïde de valeur efficace U et de fréquence f. Pour déterminer le fonctionnement en régime établi, il est possible de résoudre l'équation différentielle précédente mais il est plus simple d'utiliser les diagrammes de Bode.

a. À partir de l'équation différentielle ou en utilisant les lois d'association des impédances, déterminer la fonction de transfert $\underline{T}=\frac{\underline{I}}{\underline{U}}$ avec $\underline{I}$ et $\underline{U}$ les nombres complexes associés à $i(t)$ et $u(t)$.

Les graphes de la page 4 représentent les diagrammes de Bode pour le module et l'argument de $\underline{T}$ (la fréquence la plus à gauche est 2 Hz et la longueur d'une décade est constante).

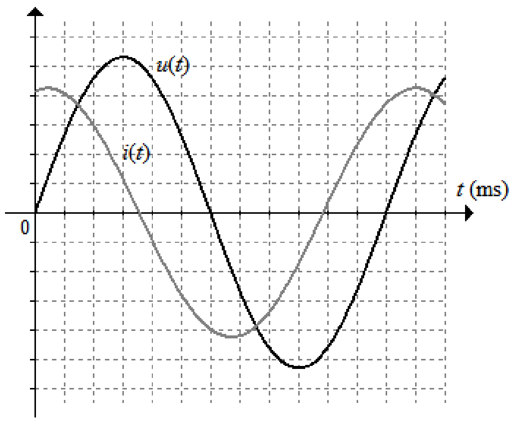
b. Déterminer le gain et l'argument pour une fréquence égale à 10 Hz.

Pour 20 Hz, le gain est égal à -20 dB et l'argument est égal à -78°. La tension d'entrée est une tension de valeur efficace égale à 150 V et de fréquence 20 Hz,

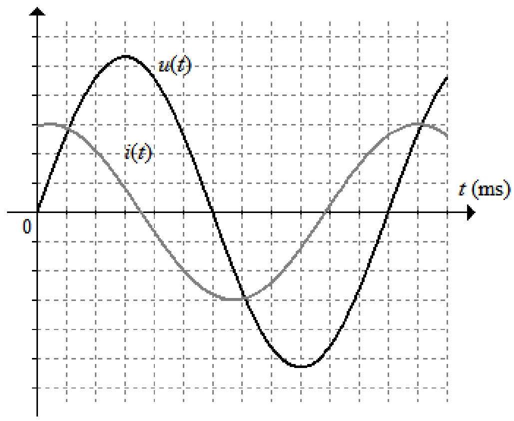
c. Déterminer la valeur efficace du courant.

d. Parmi les situations suivantes, indiquer celle qui peut correspondre à la tension et l'intensité (une division verticale correspond à 40 V pour la tension et 5 A pour le courant).

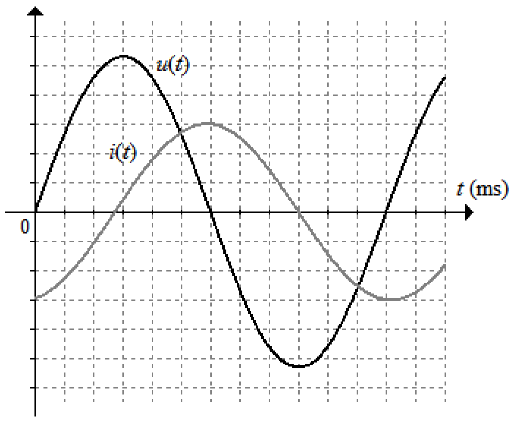
Situation 1



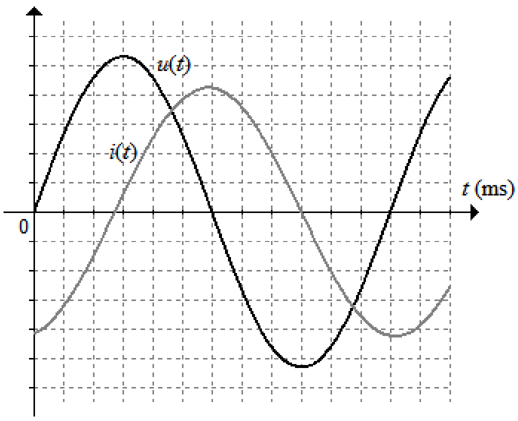
Situation 2



Situation 3



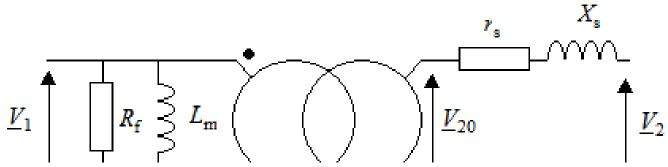
Situation 4



Exercice 3 (6,75 points)

On considère un transformateur monophasé dont les essais préliminaires ont donné :

- à vide : $V_1 = V_{1n} = 230$ V, $I_1 = 0{,}5$ A, $V_2 = 80$ V, puissance absorbée : 45 W
- en court-circuit : $V_1 = 21$ V, $I_1 = 6{,}96$ A, puissance absorbée : 130 W



1. Proposer un montage permettant de réaliser les mesures en court-circuit.
2. Déterminer le rapport de transformation et en déduire l'intensité au secondaire pour l'essai en court-circuit.
3. Utiliser les résultats de l'essai en court-circuit pour déterminer les valeurs de r_s et X_s (en ohms pour les deux valeurs) en négligeant l'influence de R_f et L_m.

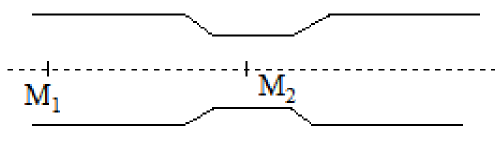
Pour la suite, le transformateur est supposé parfait pour les courants lorsqu'ils sont proches de leurs valeurs nominales (ce qui revient à supposer que le courant circulant dans l'association R_f et L_m a une intensité nulle) et on prend $r_s = 325$ mΩ et $X_s = 0{,}170$ Ω.

La tension primaire a une valeur efficace de 230 V et une fréquence de 50 Hz, on branche au secondaire une résistance $R_c = 5$ Ω en série avec une inductance $L_c = 11$ mH.

4. Représenter le schéma permettant de déterminer l'intensité dans la charge et la tension à ses bornes.
5. Calculer l'intensité efficace du courant secondaire.
6. Montrer que le déphasage entre l'intensité et la tension au secondaire est égal à 35°.
7. Tracé du diagramme de Fresnel permettant de déterminer la valeur efficace de la tension aux bornes de la charge.
   a. Placer horizontalement le courant secondaire (échelle 1cm pour 2A).
   b. Placer les vecteurs associés aux tensions aux bornes de r_s et X_s (échelle : 1cm pour 10V)
   c. Tracer l'arc de cercle dont le rayon correspond à la tension secondaire à vide.
   d. Déduire de ce qui précède la tension secondaire du transformateur.
8. Placer les vecteur associés à la tension et au courant primaire et en déduire graphiquement le déphasage entre ces deux grandeurs (échelle tension : 1 cm pour 40 V).

Exercice 4 (3 points)

On considère le système « Venturi » représenté ci-contre :
Au point M_1, la section est notée S_1, la vitesse du fluide est notée v_1 et la pression statique est notée p_1 ; au point M_2, la section est notée S_2, la vitesse du fluide est notée v_2 et la pression statique est notée p_2.



Relation de Bernoulli pour un fluide parfait : $\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1+p_1=\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g z_2+p_2$

1. Les points M_1 et M_2 étant à la même cote, comment se simplifie la relation de Bernoulli ?
2. Exprimer la vitesse au point M_2 en fonction de la vitesse au point M_1 et des sections S_1 et S_2.
3. Montrer que la différence de pression statique entre les points M_2 et M_1 peut s écrire :

$$p_2-p_1=\frac{1}{2}\rho v_1^2[1-(\frac{S_1}{S_2})^2]$$

4. Déduire de la relation précédente l'expression de la vitesse v_1 en fonction des autres grandeurs.

5. Rappeler la relation entre le débit volumique, la section de la canalisation et la vitesse moyenne du fluide.

6. Montrer que le débit dans la canalisation est proportionnel à la différence de pression statique $p_2 - p_1$ entre les points M_2 et M_1.

7. La section au point M_2 est égale à 50 cm^2, celle au point M_1 est égale à 78 cm^2. Calculer le débit volumique si le fluide est de l'eau (ρ = 1000 kg/m3), et que la différence de pression $p_2 - p_1$ est égale à - 73 Pa.

Diagrammes de Bode pour l'exercice 2