

Corrigé du devoir n° 3

Exercice 1 (7 points)

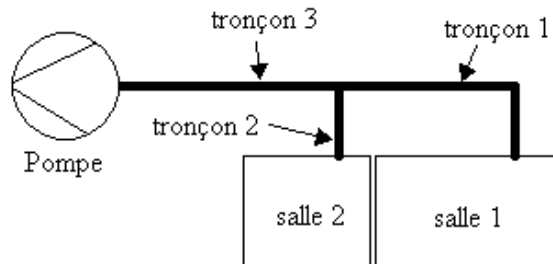
Cet exercice porte sur le dimensionnement d'une installation de renouvellement d'air : son objectif est d'extraire l'air vicié de deux salles d'un restaurant pour le remplacer par un air sain. Le nombre de renouvellements par heure préconisé est égal à 10 (le volume d'air de la pièce doit être renouvelé 10 fois par heure). Pour limiter le bruit, la vitesse de l'air dans les canalisations ne devra pas dépasser 5 m/s.

Le schéma ci-dessous représente l'installation :

Les salles ont les dimensions suivantes :

- salle 1 : hauteur sous plafond égale à 3,5 m ; longueur égale à 20 m et largeur égale à 8 m.
- salle 2 : hauteur sous plafond égale à 3,5 m ; longueur égale à 10 m et largeur égale à 6 m.

Les conduites de l'installation sont circulaires, le tronçon 3 a une longueur de 5 m, le tronçon 1 une longueur de 6 m et le tronçon 2 une longueur de 4 m.



La relation de Bernoulli pour un fluide réel s'écoulant d'un point A vers un point B s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) + \rho g(z_B - z_A) + p_B - p_A = \frac{P}{Q_v} - \Delta p \quad \text{avec } v_B \text{ et } v_A \text{ les vitesses du fluide aux points B et A,}$$

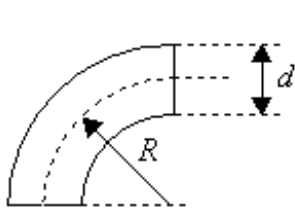
z_B et z_A , les cotes des points B et A, p_B et p_A les pressions statiques aux points B et A, P la puissance reçue par le fluide, Q_v le débit volumique du fluide et Δp les pertes de charge.

La masse volumique de l'air sera prise égale à 1,2 kg/m³.

Les pertes de charge régulières sont obtenues à partir de l'abaque de la page 5.

Les pertes de charge singulières sont obtenues par la relation $\Delta p_s = K \frac{\rho v^2}{2}$ avec ρ la masse volumique du fluide et v sa vitesse.

- Pour les coudes de la canalisation, K est déterminé à partir du tableau suivant :



R/d	0,5	0,75	1	1,5	2
K	1	0,45	0,30	0,20	0,20

R est le rayon de courbure de la conduite.

- Le « Té » assurant la jonction entre des tronçons 1 et 2 avec le tronçon 3 présente un coefficient $K = 1,4$.
- Chaque bouche d'extraction présente un coefficient $K = 0,7$.

1. Calcul des sections de conduites de l'installation

- Calculer le volume de chaque salle et en déduire les débits Q_{v1} et Q_{v2} dans les canalisations des tronçons 1 et 2.

Volume de la salle 1 : $V_{\text{salle 1}} = 3,5 \times 20 \times 8 = 560 \text{ m}^3$

Volume de la salle 2 : $V_{\text{salle 2}} = 3,5 \times 10 \times 6 = 210 \text{ m}^3$

L'air des salles devant être renouvelé 10 fois par heure, cela correspond à un débit $Q_{v1} = 5600 \text{ m}^3/\text{h}$ pour la salle 1 et $Q_{v2} = 2100 \text{ m}^3/\text{h}$ pour la salle 2.

- b. En déduire les sections S_1 et S_2 de ces canalisations pour que la vitesse maximale admissible ne soit pas dépassée.

Le débit Q_v , la vitesse v et la section S sont reliées par $Q_v = v \cdot S$ ce qui donne $S = \frac{Q_v}{v}$ (attention : le débit doit être exprimé en m^3/s).

Pour la conduite reliée à la salle 1 (tronçon 1) : $S_1 = \frac{Q_{v1}}{v} = \frac{5600/3600}{5} = 0,31 \text{ m}^2$

Pour la conduite reliée à la salle 2 (tronçon 2) : $S_2 = \frac{Q_{v2}}{v} = \frac{2100/3600}{5} = 0,117 \text{ m}^2$

- c. Calculer le débit Q_{v3} dans la canalisation principale (tronçon 3) et en déduire sa section.

Le débit dans ce tronçon est égal à la somme des débits dans les deux autres tronçons soit

$$Q_{v3} = Q_{v1} + Q_{v2} = 5600 + 2100 = 7700 \text{ m}^3/\text{h} \quad \text{d'où la section} \quad S_3 = \frac{Q_{v3}}{v} = \frac{7700/3600}{5} = 0,43 \text{ m}^2$$

Les sections calculées précédemment n'étant pas disponibles, on prendra des canalisations de diamètres $D_1 = 630 \text{ mm}$ (tronçon 1), $D_2 = 400 \text{ mm}$ (tronçon 2) et $D_3 = 800 \text{ mm}$ (tronçon 3).

- d. Calculer la vitesse de l'air dans le tronçon 1 avec le diamètre de canalisation choisi. Le cahier des charges est-il respecté en ce qui concerne la vitesse maximale dans cette conduite ?

La section est donnée par la relation $S_1 = \pi \frac{D_1^2}{4}$ d'où

$$v = \frac{Q_{v1}}{S_1} = \frac{Q_{v1}}{\pi \frac{D_1^2}{4}} = \frac{4Q_{v1}}{\pi D_1^2} = \frac{4 \times 5600/3600}{\pi \times 0,63^2} = 4,99 \text{ m/s}$$

Le cahier des charges est respecté pour la vitesse dans cette canalisation.

Pour la suite, la vitesse de l'air dans les conduites est prise égale à 5 m/s .

2. Pertes de charge pour le tronçon 1

- a. Utiliser l'abaque pour déterminer les pertes de charge régulières dans la conduite du tronçon 1 (document à rendre avec la copie).

À l'intersection du débit de $5600 \text{ m}^3/\text{h}$ (graduation de gauche), de la droite correspondant à 5 m/s et de la droite correspondant au diamètre de 630 mm , on lit sur la graduation horizontale une valeur de $0,4 \text{ Pa/m}$ ce qui donne $\Delta p_r = 6 \times 0,4 = 2,4 \text{ Pa}$ pour tenir compte des six mètres de conduite.

- b. Le tronçon 1 comprend deux coudes de rayons égaux à 100 cm et une bouche d'extraction. Calculer la somme des pertes singulières pour ce tronçon.

Pour les deux coudes, le calcul de R/d donne $R/d = 1000/630 = 1,58$ soit une valeur proche de $1,5$ donc $K_c = 0,5$. Pour la bouche d'extraction $K_b = 0,7$ d'après l'énoncé.

Les pertes singulières s'écrivent donc :

$$\Delta p_s = 2 \times K_c \frac{\rho v^2}{2} + K_b \frac{\rho v^2}{2} = (2 \times K_c + K_b) \frac{\rho v^2}{2} = (2 \times 0,5 + 0,7) \frac{1,2 \times 5^2}{2} = 16,5 \text{ Pa}$$

- c. Déduire de ce qui précède les pertes de charge totales Δp_1 pour le tronçon 1.

Elles sont égales à la somme des pertes de charge régulières et singulières soit :

$$\Delta p_1 = 2,4 + 16,5 = 18,9 \text{ Pa}$$

3. Pression au point E1

Le point E₁ est le point du tronçon 1 juste avant la jonction avec le tronçon 2. On souhaite appliquer la relation de Bernoulli sur le tronçon 1 pour un filet d'air partant de la salle 1 (qui est à la pression atmosphérique) et allant à la pompe.

a. Justifier que la vitesse de l'air dans la salle est supposée nulle.

La section de la salle S_{salle} est très grande devant celle de la canalisation et comme $v_{\text{salle}} \cdot S_{\text{salle}} = v_1 \cdot S_1$ (avec v_{salle} la vitesse de l'air dans la salle) alors la vitesse de l'air dans la salle est très faible devant celle dans la canalisation.

b. La conduite est horizontale, comment est modifiée la relation de Bernoulli ?

Les cotes z_A et z_B sont égales ce qui donne $\frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) + p_B - p_A = \frac{P}{Q_v} - \Delta p$.

c. Dédurre des questions précédentes que $p_{E1} = -\Delta p_1 + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2}\rho v_1^2$ avec p_{E1} la pression au point E₁ et p_{atm} la pression atmosphérique. Calculer la différence entre la pression atmosphérique et p_{E1} .

En remplaçant le point B par E₁ et le point A par un point dans la salle 1 à la pression atmosphérique (et vitesse nulle) et en se rappelant qu'il n'y a aucune « machine » (pompe ou turbine) sur le tronçon 1, on obtient $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_{E1} - p_{\text{atm}} = -\Delta p_1$ soit en isolant p_{E1} : $p_{E1} = p_{\text{atm}} - \Delta p_1 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$ ce qui correspond à la relation proposée.

$$p_{\text{atm}} - p_{E1} = \Delta p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = 27,9 + \frac{1}{2} \times 1,2 \times 5^2 = 42,9 \text{ Pa}$$

4. Puissance de la pompe

La pression en sortie du « Té » de jonction des tronçons 1 et 2 avec le tronçon 3 est de 70 Pa en dessous de la pression atmosphérique, les pertes de charge dans le tronçon 3 sont égales à 15 Pa. Cette conduite est horizontale.

a. Quelle est la vitesse de l'air à travers la pompe ?

Elle est égale à la vitesse de l'air dans la conduite.

b. Déterminer la puissance de la pompe (l'air à sa sortie est à la pression atmosphérique).

La relation de Bernoulli devient $p_p - p_3 = \frac{P}{Q_v} - \Delta p_3$ (indice « p » pour la pompe et « 3 » pour la sortie du « Té ») soit $P = (p_p - p_3 + \Delta p_3) Q_v = (70 + 15) 7700 / 3600 = 182 \text{ W}$

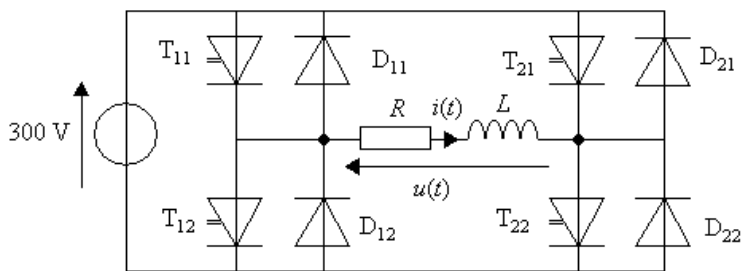
Exercice 2 (5,25 points)

On considère l'onduleur en pont dont le schéma est représenté ci-dessous :

1. Contraintes de fonctionnement et valeur de la tension de sortie

a. Pourquoi T₁₁ et T₁₂ ne doivent-ils pas être commandés simultanément à la fermeture ? La source de tension serait en court-circuit.

b. Quelle est la valeur de la tension de sortie si T₁₁ et T₂₁ sont commandés à la fermeture ?



$$R = 10 \Omega \text{ et } L = 50 \text{ mH}$$

T₁₁ et D₂₁ sont passants ou T₂₁ et D₁₁ sont passants : la tension aux bornes de la charge est nulle, $u(t) = 0$.

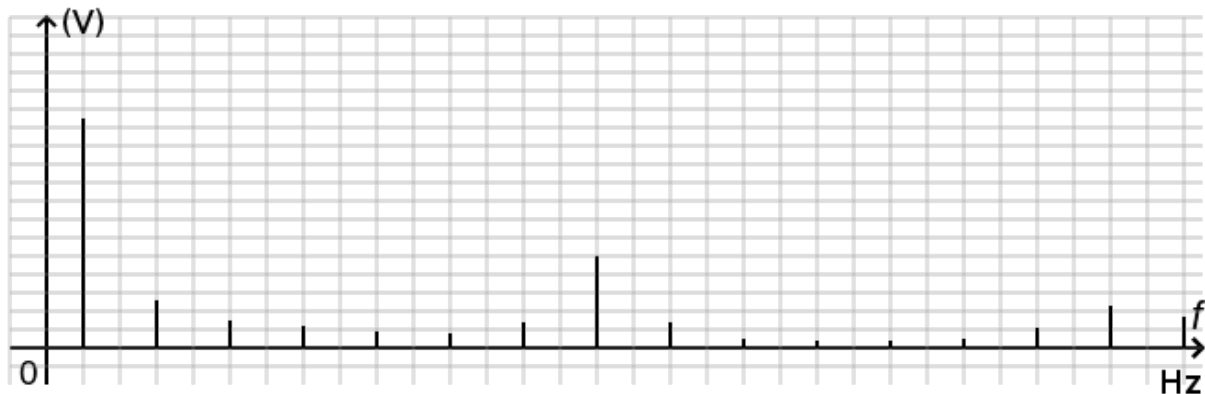
c. Quelle est la valeur de la tension de sortie si T_{12} et T_{21} sont commandés à la fermeture ?

T_{12} et T_{21} sont passants ou D_{12} et D_{21} sont passantes : la tension aux bornes de la charge est négative et égale à la tension continue d'entrée, $u(t) = -300$ V.

Pour la suite, les interrupteurs unidirectionnels commandés à l'ouverture et à la fermeture T_{11} , T_{12} , T_{21} et T_{22} sont commandés pour obtenir une tension de sortie MLI unipolaire.

Le graphe de la page suivante représente le spectre en amplitude de la tension de sortie de l'onduleur. Une division horizontale correspond à 50 Hz et une division verticale correspond à 25 V.

Spectre en amplitude de la tension de sortie de l'onduleur



2. Détermination du courant de sortie de l'onduleur

a. Donner l'expression de l'impédance complexe de la charge de l'onduleur en fonction de la résistance R , de l'inductance L et de la pulsation $(2k+1)\omega$ de l'harmonique de rang $(2k+1)$ (k est un entier positif ou nul).

La résistance et l'inductance sont en série : $Z = R + jL(2k+1)\omega$

b. Déduire de ce qui précède le module de l'impédance en fonction des éléments de la charge et de la pulsation de l'harmonique de rang $(2k+1)$.

Puisque $Z = R + jL(2k+1)\omega$ alors $Z = \sqrt{R^2 + (L(2k+1)\omega)^2}$

c. Calculer le module de l'impédance pour le fondamental et le premier harmonique non négligeable de la tension de sortie de l'onduleur (préciser la fréquence de ce dernier).

Pour le fondamental : $Z_1 = \sqrt{10^2 + (50 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2} = 18,6 \text{ } \Omega$

Pour l'harmonique de rang 3 : $Z_3 = \sqrt{10^2 + (50 \cdot 10^{-3} \times 3 \times 2\pi \times 50)^2} = 48,2 \text{ } \Omega$

Pour l'harmonique de rang 15 : $Z_{15} = \sqrt{10^2 + (50 \cdot 10^{-3} \times 15 \times 2\pi \times 50)^2} = 236 \text{ } \Omega$

d. Déduire de la question précédente l'intensité efficace du fondamental du courant ainsi que celle du premier harmonique non négligeable.

L'intensité efficace de l'harmonique de rang $(2k+1)$ est donnée par $I_{2k+1} = \frac{U_{2k+1}}{Z_{2k+1}}$ avec U_{2k+1} la valeur efficace de l'harmonique de tension (il faut penser à diviser par $\sqrt{2}$ la valeur lue sur le spectre).

Pour le fondamental : $I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{310/\sqrt{2}}{18,6} = 11,8 \text{ A}$

Pour l'harmonique de rang 3 : $I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{65/\sqrt{2}}{48,2} = 0,95 \text{ A}$

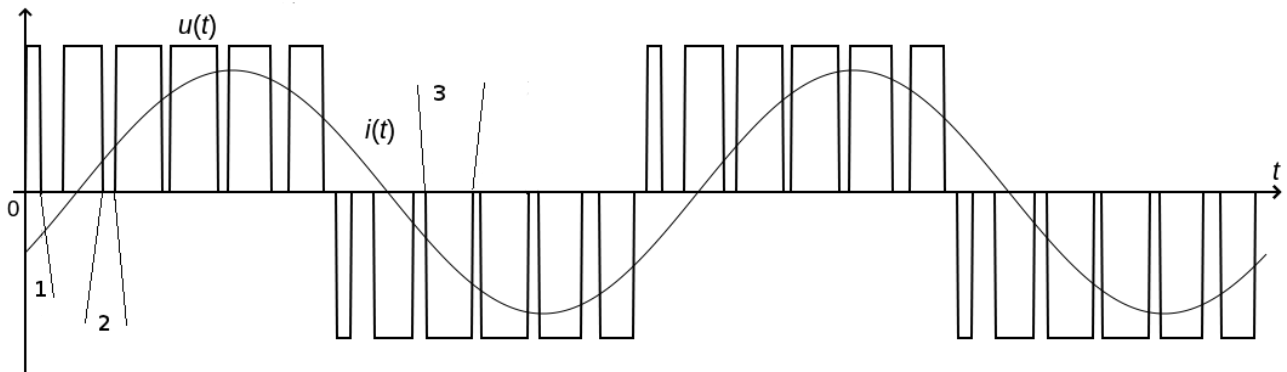
Pour l'harmonique de rang 15 :
$$I_{15} = \frac{U_{15}}{Z_{15}} = \frac{125/\sqrt{2}}{236} = 0,37 \text{ A}$$

e. Justifier que le courant sera supposé sinusoïdal dans ce qui suit.

Les harmoniques différents du fondamental ont une valeur efficace négligeable.

3. Intervalles de conduction

Le graphique ci-dessous représente la tension et le courant de sortie de l'onduleur.



a. Quels sont les éléments passants pendant l'intervalle 1 ?

La tension est positive : T_{11} et T_{22} ou D_{11} et D_{22} sont susceptibles d'être passants. Comme le courant est négatif, c'est D_{11} et D_{22} .

b. Quels sont les éléments passants pendant l'intervalle 2 (T_{11} et T_{21} sont commandés à la fermeture) ?

T_{11} et D_{21} ou D_{11} et T_{21} sont susceptibles d'être passants. Comme le courant est positif, c'est T_{11} et D_{21} .

c. Quels sont les éléments passants pendant l'intervalle 3 ?

La tension est négative : T_{12} et T_{21} ou D_{12} et D_{21} sont susceptibles d'être passants. Comme le courant est négatif, c'est T_{12} et T_{21} .

Exercice 3 (7,75 points)

On considère une machine asynchrone triphasée à cage dont les indications de la plaque signalétique sont les suivantes : 4 pôles ; 1455 tr/min ; 15 kW ; 50 Hz ; 400 V / 230 V ; 28 A ; $\cos \varphi = 0,86$

Des essais préliminaires ont donné :

- à vide sous tension nominale : $I_0 = 5,6$ A, puissance absorbée $P_0 = 1220$ W
- avec le rotor bloqué sous tension réduite et courant nominal : $V_{cc} = 90$ V, puissance absorbée $P_{cc} = 790$ W.

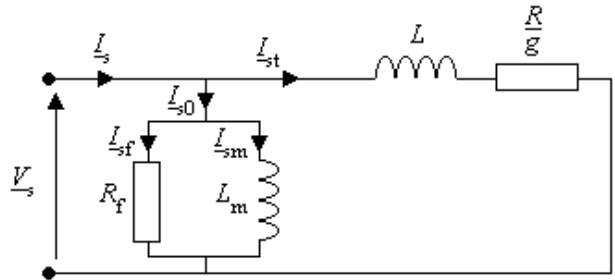
Les pertes par effet Joule au stator et les pertes mécaniques sont négligées.

1. Détermination des éléments du schéma équivalent

- a. Utiliser l'essai à vide pour déterminer les valeurs de la résistance R_f et de l'inductance L_m .

Pour la suite, on prendra $R_f = 130 \Omega$ et $L_m = 140$ mH.

- b. Déterminer la puissance active pour R_f et la puissance réactive pour L_m lors de l'essai en court-circuit.



a. À vide, le glissement est nul et la résistance $\frac{R}{g}$ tend vers l'infini, le courant I_{st} est donc nul. Toute la puissance P_0 est consommée par R_f d'où $P_0 = 3 \frac{V_s^2}{R_f}$ ce qui donne $R_f = 3 \frac{V_s^2}{P_0} = 3 \frac{230^2}{1220} = 130 \Omega$.

La puissance réactive lors de cet essai est consommée par l'inductance L_m , elle est égale à $Q_0 = \sqrt{(3V_s I_s)^2 - P_0^2} = \sqrt{(3 \times 230 \times 5,6)^2 - 1220^2} = 3670$ var. Comme $Q_0 = 3 \frac{V_s^2}{L_m \omega}$ ce qui donne

$$L_m = 3 \frac{V_s^2}{Q_0 \omega} = 3 \frac{230^2}{3670 \times 2\pi \times 50} = 138 \text{ mH}$$

b. Pour R_f : $P_{Rf_{cc}} = 3 \frac{V_{cc}^2}{R_f} = 3 \frac{90^2}{130} = 187$ W

Pour L_m : $Q_{Lm_{cc}} = 3 \frac{V_{cc}^2}{L_m \omega} = 3 \frac{90^2}{0,130 \times 2\pi \times 50} = 595$ var

- c. Combien vaut le glissement lorsque le rotor est bloqué ?

Le glissement est alors égal à un car $g = \frac{n_s - n}{n_s}$ et que $n = 0$.

- d. En déduire la puissance active pour R et la puissance réactive pour L lors de l'essai en court-circuit.

La puissance active pour R est égale à la puissance active totale moins celle consommée par R_f soit

$$P_R = P_{cc} - 3 \frac{V_{cc}^2}{R_f} = 790 - 3 \frac{90^2}{130} = 603 \text{ W}$$

La puissance réactive pour L est égale à la puissance réactive totale moins celle consommée par L_m soit

$$Q_L = Q_{cc} - 3 \frac{V_{cc}^2}{L_m} \text{ et } Q_{cc} = \sqrt{(3V_{cc} I_{cc})^2 - P_{cc}^2} = \sqrt{(3 \times 90 \times 28)^2 - 790^2} = 7520 \text{ var. Ce qui donne}$$

$$Q_L = 7520 - 3 \frac{90^2}{0,140 \times 2\pi \times 50} = 6970 \text{ var}$$

- e. Déterminer la puissance apparente pour l'association de R et L puis en déduire l'intensité efficace $I_{st_{cc}}$ du courant I_{st} lors de l'essai en court-circuit.

La puissance apparente pour l'association de R et L : $S_{2cc} = \sqrt{P_R^2 + Q_L^2} = \sqrt{603^2 + 6970^2} = 7000 \text{ VA}$ et
 comme $S_{2cc} = 3 V_{cc} I_{stcc}$ alors $I_{stcc} = \frac{S_{2cc}}{3 V_{cc}} = \frac{7000}{3 \times 90} = 25,9 \text{ A}$

f. Utiliser les résultats précédents pour déterminer les valeurs de R et L .

Pour la puissance active : $P_R = 3 R I_{stcc}^2$ soit $R = \frac{P_R}{3 I_{stcc}^2} = \frac{603}{3 \times 25,9^2} = 0,300 \text{ } \Omega$

Pour la puissance réactive : $Q_L = 3 L \omega I_{stcc}^2$ soit $L = \frac{Q_L}{3 \omega I_{stcc}^2} = \frac{7000}{3 \times 2\pi \times 50 \times 25,9^2} = 11,0 \text{ mH}$

2. Étude du fonctionnement nominal

a. Calculer le glissement pour ce fonctionnement.

Le glissement est donné par $g = \frac{n_s - n}{n_s}$ et la vitesse de synchronisme est donnée par
 $n_s = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500 \text{ tr/min}$ soit $g = \frac{1500 - 1455}{1500} = 3 \%$

b. Déterminer la puissance électrique absorbée par le stator et en déduire la puissance transmise au rotor.

Puissance électrique absorbée par le stator : $P_a = 3 V I \cos \varphi = 3 \times 230 \times 28 \times 0,86 = 16610 \text{ kW}$. La puissance transmise au rotor est la puissance absorbée diminuée des pertes fer dans le stator (égales ici aux pertes à vide) ce qui donne $P_{tr} = 16600 - 1220 = 15390 \text{ W}$

c. Rappeler la relation entre la puissance transmise au rotor et les pertes par effet Joule au rotor puis calculer les pertes par effet Joule au rotor.

D'après le cours $P_{jr} = g P_{tr}$, d'où la valeur des pertes par effet Joule au rotor :

$$P_{jr} = 0,03 \times 15400 = 460 \text{ W}$$

d. Déduire de ce qui précède la puissance utile si les pertes mécaniques sont négligées.

Si les pertes mécaniques sont négligeables alors $P_u = P_{tr} - P_{jr} = 15390 - 460 = 14930 \text{ W}$

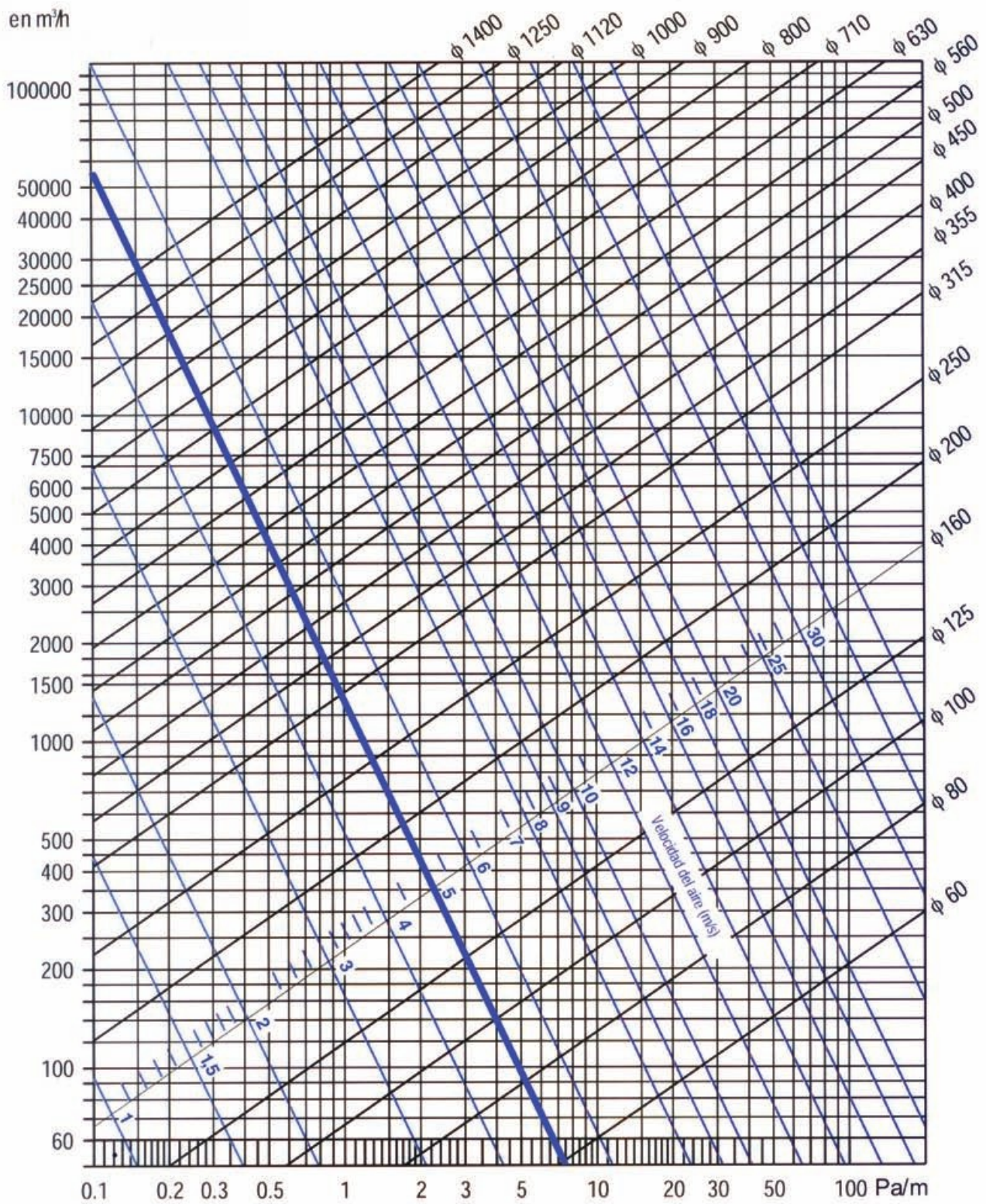
e. Calculer le moment du couple utile.

Il est donné par $C_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} = \frac{15390}{\pi \frac{1500}{30}} = 98 \text{ N.m}$ ou $C_{em} = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{14930}{\pi \frac{1455}{30}} = 98 \text{ N.m}$

Nom :

Prénom :

Abaque pour la détermination des pertes de charge dans les conduites (exercice 1)
(« velocidad del aire » signifie « vitesse de l'air »)



Extrait d'une documentation de Soler & Palau