Corrigé du devoir n°2

Il est fortement conseillé de lire l'ensemble de l'énoncé avant de commencer.

Une machine à courant continu à excitation indépendante constante est accouplée à une charge imposant un couple résistant indépendant de la vitesse. Le couple de pertes est également constant.

Le moteur désaccouplé de sa charge a une fréquence de rotation de 1500 tr.min^{-1} lorsque le circuit d'induit (inductance de lissage et induit) est alimenté sous 143 V en absorbant 0,9 A.

Une mesure de la résistance totale du circuit d'induit (inductance de lissage comprise) a donné 1,2 Ω.

À vitesse stable dans la plage de variation utilisée (comprise entre 0 tr/min et 1600 tr.min^{-1}), la machine absorbe 16 A.

Un essai de mise en vitesse de l'ensemble est effectué à courant constant d'intensité 25 A. Au bout de 4,8 s la fréquence de rotation atteint 1200 tr.min^{-1}.

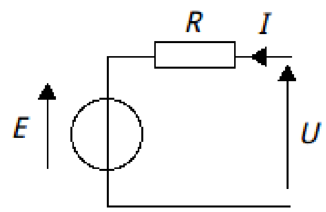


Schéma équivalent de l'induit de la machine.

La fém est reliée à la vitesse de rotation exprimée en rad/s par $E = K\Omega$

La machine, associée à sa charge, doit dans l'utilisation qui en est faite avoir une évolution de la vitesse satisfaisant au cycle décrit ci-après :

- de 0 à t_1 = 6 s : la vitesse augmente de 0 à 140 rad/s
- de t_1 à t_2 = 22 s : la vitesse est constante et égale à 140 rad/s
- de t_2 à t_3 = 24 s : la vitesse diminue de 140 rad/s à 0 rad/s

Partie 1 (4 points)

Le couple électromagnétique C_{em} est lié à l'intensité du courant dans l'induit par $C_{\text{em}} = KI$.

1. Calculer la constante de proportionnalité K à partir de l'essai à vide.

D'après la loi des mailles $U = E + RI$ et $E = K\Omega$ donc $K = \dfrac{U - RI}{\Omega}$. La vitesse de l'essai est égale à 1500 tr/min soit $\Omega = \dfrac{2\pi 1500}{60} = 157 \text{ rad/s}$ ce qui donne $K = \dfrac{143 - 1{,}2 \times 0{,}9}{157} = 0{,}903 \text{ N.m/A}$

2. Calculer la valeur numérique du moment du couple électromagnétique lorsque l'ensemble machine – charge a atteint un fonctionnement stable. Quelle est alors la valeur du moment du couple résistant total ?

À vitesse stable, le courant d'induit a une intensité égale à 16 A d'après l'énoncé. Puisque $C_{\text{em}} = KI$ et $K = 0{,}903 \text{ N.m/A}$ alors $C_{\text{em}} = 0{,}903 \times 16 = 14{,}4 \text{ N.m}$.

À vitesse stable, les couples moteur et résistant sont égaux, le couple résistant total est donc égal au couple électromagnétique soit $C_{\text{r}} = 14{,}4 \text{ N.m}$.

La relation fondamentale de la dynamique pour les systèmes en rotation s'écrit :

$C_{\text{m}} - C_{\text{r}} = J \dfrac{d\Omega}{dt}$ avec C_{m} et C_{r} la somme des couples moteur et résistants, J le moment d'inertie et Ω la vitesse de rotation exprimée en rad/s.

3. Utiliser l'essai de mise en vitesse pour déterminer le moment d'inertie de l'ensemble.

Lors de cet essai le couple moteur correspond au couple électromagnétique de la machine soit

$C_{em}=0{,}903\times25=22{,}6\ \text{N.m}$; le couple résistant est toujours égal à 14,4 N.m.

La relation $C_m-C_r=J\dfrac{d\Omega}{dt}$ devient $22{,}6-14{,}4=J\dfrac{d\Omega}{dt}$. Le terme à gauche du signe « égal » et J étant constants, il est possible d'écrire $\dfrac{d\Omega}{dt}=\dfrac{\Delta\Omega}{\Delta t}$.

On obtient $22{,}6-14{,}4=J\dfrac{\Delta\Omega}{\Delta t}$ qui donne $J=\dfrac{22{,}6-14{,}4}{\dfrac{\Delta\Omega}{\Delta t}}=\dfrac{22{,}6-14{,}4}{\dfrac{2\pi.1200}{60\times4{,}8}}=313.10^{-3}\ \text{kg.m}^2$

Pour la suite, on prendra $J = 0{,}31\ \text{kg.m}^2$.

Partie 2 (7,5 points)

1. Étude entre 0 et t_1

a. Calculer la valeur numérique de $\dfrac{d\Omega}{dt}$

La vitesse augmente de 140 rad/s en 6 s soit $\dfrac{d\Omega}{dt}=\dfrac{140}{6}=23{,}3\ \text{rad/s}^2$

b. Utiliser la relation fondamentale de la dynamique pour déterminer le couple électromagnétique et en déduire l'intensité du courant dans l'induit.

La relation $C_{em}-C_r=J\dfrac{d\Omega}{dt}$ donne $C_{em}=J\dfrac{d\Omega}{dt}+C_r=0{,}31\times23{,}3+14{,}4=21{,}6\ \text{N.m}$

Comme $C_{em}=KI$ alors $I=\dfrac{C_{em}}{K}=\dfrac{21{,}6}{0{,}903}=23{,}9\ \text{A}$

c. Calculer la valeur numérique de la tension aux bornes de l'induit juste avant la fin de la phase d'accélération.

La loi des mailles donne $U=E+RI$ et $E=K\Omega$ donc $U=K\Omega+RI$ qui donne $U=0{,}903\times140+1{,}2\times23{,}9=155\ \text{V}$

2. Étude entre t_1 et t_2

a. Calculer la valeur numérique de $\dfrac{d\Omega}{dt}$

La vitesse est constante, on a donc $\dfrac{d\Omega}{dt}=0\ \text{rad/s}^2$

b. Utiliser la relation fondamentale de la dynamique pour déterminer le couple électromagnétique et en déduire l'intensité du courant dans l'induit.

La relation $C_{em}-C_r=J\dfrac{d\Omega}{dt}$ donne $C_{em}=C_r=14{,}4\ \text{N.m}$

Comme $C_{em}=KI$ alors $I=\dfrac{C_{em}}{K}=\dfrac{14{,}4}{0{,}903}=16\ \text{A}$

c. Calculer la valeur numérique de la tension aux bornes de l'induit pendant cette phase.

La loi des mailles donne $U=K\Omega+RI$ soit $U=0{,}903\times140+1{,}2\times16=146\ \text{V}$

3. Étude entre t_2 et t_3

a. Calculer la valeur numérique de $\dfrac{d\Omega}{dt}$

La vitesse diminue de 140 rad/s en 2 s soit $\dfrac{d\Omega}{dt}=\dfrac{-140}{2}=-70\ \text{rad/s}^2$

b. Utiliser la relation fondamentale de la dynamique pour déterminer le couple électromagnétique et en déduire l'intensité du courant dans l'induit.

La relation $C_{\text{em}}-C_{\text{r}}=J\dfrac{d\Omega}{dt}$ donne $C_{\text{em}}=J\dfrac{d\Omega}{dt}+C_{\text{r}}=0{,}31\times(-70)+14{,}4=-7{,}3\ \text{N.m}$

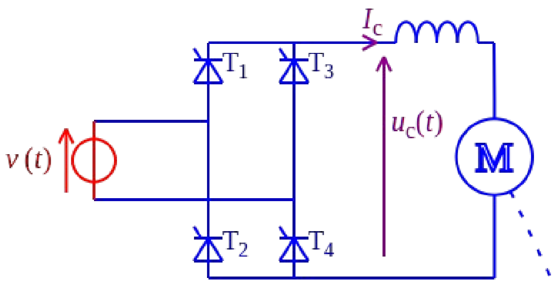
Comme $C_{\text{em}}=KI$ alors $I=\dfrac{C_{\text{em}}}{K}=\dfrac{-7{,}3}{0{,}903}=-8{,}1\ \text{A}$

c. Calculer la valeur numérique de la tension aux bornes de l'induit juste après le début de la phase de décélération.

La loi des mailles donne $U=K\Omega+RI$ soit $U=0{,}903\times 140+1{,}2\times(-8{,}1)=117\ \text{V}$

Partie 3 (6 points)

Le schéma ci-dessous représente un pont complet. L'induit de la machine en série avec l'inductance de lissage est branché entre les bornes de sortie (la charge mécanique sur l'arbre n'est pas représentée). Le courant côté continu est supposé parfaitement lissé et l'angle de retard à l'amorçage est noté ψ.



1. Indiquer les intervalles de conduction des thyristors sur le document réponse n°1 (voir page 3) pour ψ = 60° et ψ = 120°

Si T_1 et T_4 étaient des diodes, il seraient passants entre 0 et $\dfrac{T}{2}$ ou entre 0 et π rad (la demi période correspond à π rad) ; avec un retard à l'amorçage égal à ψ, ils sont passants entre ψ et $\pi+\psi$.

Un raisonnement identique montre que T_2 et T_3 sont passants entre $\pi+\psi$ et $2\pi+\psi$ (donc entre 0 et ψ).

2. Représenter l'allure de la tension redressée pour les deux situations sur le document réponse n°1.

Lorsque T_1 et T_4 sont passants : $u_{\text{c}}(t)=v(t)$

Lorsque T_2 et T_3 sont passants : $u_{\text{c}}(t)=-v(t)$

Voir le document réponse.

La valeur moyenne de la tension de sortie est donnée par $\bar{u}_{\text{c}}=\dfrac{2V\sqrt{2}}{\pi}\cos\psi$ avec ψ l'angle de retard à l'amorçage et V = 230 V la valeur efficace de la tension alternative.

3. Calculer la valeur moyenne de la tension de sortie du pont dans les deux cas

Pour ψ = 60° : $\bar{u}_{\text{c}}=\dfrac{2\times 230\sqrt{2}}{\pi}\cos 60=103\ \text{V}$

Pour ψ = 120° : $\bar{u}_{\text{c}}=\dfrac{2\times 230\sqrt{2}}{\pi}\cos 120=-103\ \text{V}$

4. Calculer la puissance active en sortie du pont si I_C = 16 A pour les deux cas.

Le courant côté continu étant parfaitement lissé, on a $P=\bar{u}_{\text{c}}I_{\text{c}}$

Pour $\psi = 60°$: $P=103\times 16=1650\ \mathrm{W}$

Pour $\psi = 120°$: $P=-103\times 16=-1650\ \mathrm{W}$

5. Indiquer le fonctionnement de la machine (moteur ou génératrice) pour chacun des cas.

Pour $\psi = 60°$, le pont fonctionne en redresseur et la machine en moteur.

Pour $\psi = 120°$, le pont fonctionne en onduleur assisté et la machine en génératrice.

Partie 4 (2,5 points)

La fonction de transfert $\underline{T}=\frac{\underline{\Omega}}{\underline{U}}$ traduisant le lien entre la vitesse de l'arbre exprimée en rad/s (grandeur de sortie) et la tension aux bornes de l'induit (grandeur d'entrée) s'écrit : $\underline{T}=K_s\frac{1}{1+j\omega\tau}$

La grandeur K_s correspond à la valeur de la fonction de transfert en continu, la grandeur τ est la constante de temps (comme dans les équation différentielles du premier ordre qu'il est inutile de connaître pour répondre aux questions suivantes).

Les diagrammes de Bode pour le gain et l'argument de la fonction de transfert sont donnés en page 4.

1. Utiliser les diagrammes de Bode pour déterminer le gain en continu appelé gain statique et noté G_s par la suite.

Le continu correspond aux fréquences faibles, il faut lire la valeur du gain statique sur la partie constante du diagramme pour le gain soit $G_s=0{,}9\ \mathrm{dB}$

2. La fréquence de coupure, notée f_c, est la fréquence pour laquelle le gain de la fonction de transfert est égal au gain statique diminué de 3 dB : pour $f=f_c$, on a $G(f_c)=G_s-3$.

La fréquence de coupure est liée à la constante de temps par $f_c=\frac{1}{2\pi\tau}$

a. Déterminer la fréquence de coupure sur les diagrammes de Bode.

D'après l'énoncé, le gain pour la fréquence de coupure est égal à $0{,}9-3=-2{,}1\ \mathrm{dB}$.

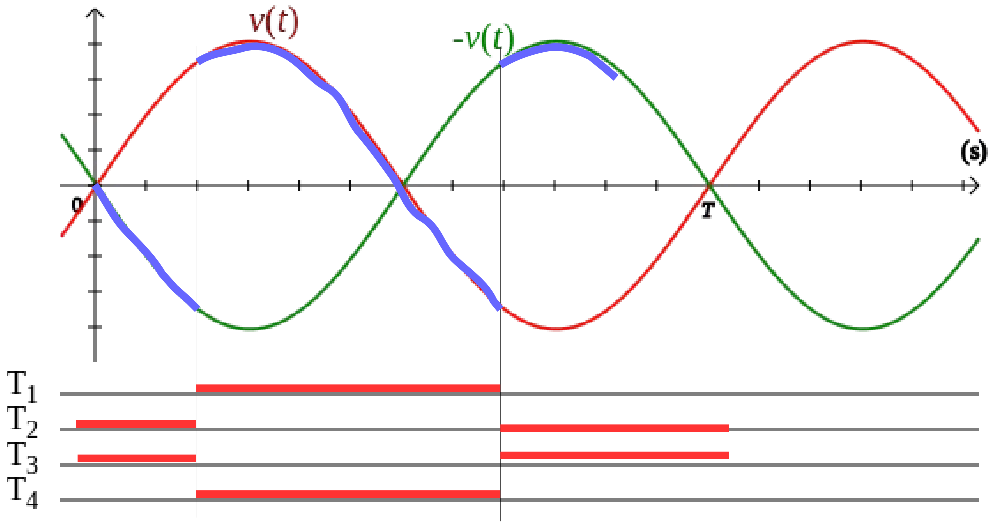
La lecture sur le diagramme pour le gain donne $f_c\approx 0{,}35\ \mathrm{Hz}$

b. En déduire la valeur de la constante de temps.

Puisque $f_c=\frac{1}{2\pi\tau}$ alors $\tau=\frac{1}{2\pi f_c}=\frac{1}{2\pi .0{,}35}=0{,}455\ \mathrm{s}$

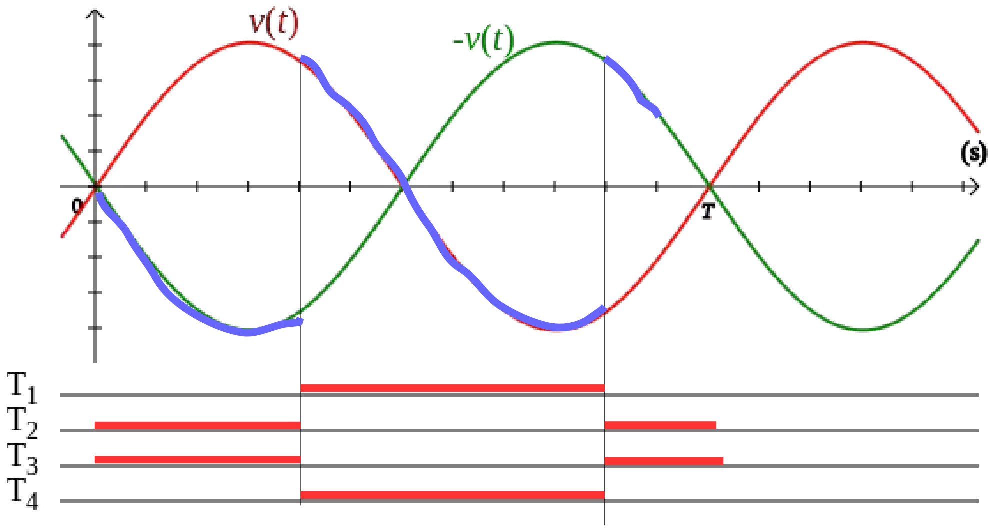
Document réponse n°1 (Partie 3)

Pour un angle de retard à l'amorçage égal à 60°



Tension redressée en bleu

Pour un angle de retard à l'amorçage égal à 120°



Tension redressée en bleu

Document réponse n°2 (Partie 4)